

论文 NO. 2017 年 11

发表时间：2017 年 11 月 9 日

复杂金融网络中的风险传染与救助策略 ——基于中国金融无标度网络上的 SIRS 模型

胡志浩 李晓花

摘要： 本文将传播动力模型 SIRS 引入到无标度的金融网络中，探讨了模型参数——感染率、治愈率、免疫失效率和网络紧密度对风险传染的影响。通过模型的理论证明，我们可以得到如下性质：具有无标度性的金融网络中，风险感染总是存在；风险传染会呈现“超调”现象，即感染比例会在短期内超越均衡值；危机中，增强金融机构的治愈能力比预防机构被感染和增强机构免疫能力的效果更好；减小机构之间的紧密性会减小危机的传染程度，但同时也延长了危机持续的时间。通过公开的中国大额支付系统数据，我们近似地构造了具有无标度特征的中国金融网络，并在此基础上进行了风险传染和救助的数值模拟。得到如下结论：采取救助措施时，多次适量救助是更优的策略，可以大幅降低危机峰值的“超调”现象；救助应该从危机加速度出现转折的时刻开始，从度大的机构逐渐向度小的机构过渡。这一救助思路对于特定网络结构下的系统风险控制具有一定的实践指导意义。

声明：国家金融与发展实验室论文发表实验室工作人员的研究成果，以利于开展学术交流与研讨。论文内容仅代表作者个人学术观点。如需引用，请注明来源为《国家金融与发展实验室论文》。

一、引言

复杂网络方法在近年来的金融风险传染研究中越来越受到重视。因为网络可以较为直观刻画金融机构之间错综复杂的关系，例如，金融机构之间通过支付系统、相互持有债权债务甚至是基于表外业务形成紧密的网络关系。另外，宏观审慎管理政策本质上也是将金融系统看作一种网络，网络方法对于评估整体金融稳定性和系统风险至关重要（Allen 和 Babus, 2009; Haldane, 2009）。

目前，金融风险传染的网络理论研究主要集中在金融网络结构和金融网络中风险传染扩散效应（Hüser, 2015）。大量的实证研究表明，主要经济体的金融体系网络特征常常具有无标度特征，因此，本文也将此作为研究的前提。

分析金融网络中的风险传染扩散时，现有研究大多集中在网络结构对于风险扩散的影响。May, Levin 和 Sugihara (2008) 指出，金融系统与生态系统之间有相通之处，金融风险的传染和流行病的传播非常相似。近来，国内外学者也逐渐开始将传染病模型引入到经济金融领域，用来研究经济金融风险的扩散效应。

2007 年金融危机以来，金融体系的系统性风险、宏观审慎管理已成为学术界和管理当局关注的焦点。目前，全球经济总体缓慢复苏，主要经济体经济走势和货币政策分化明显，“逆全球化”趋势开始抬头。同时，中国国内经济仍处于结构性减速阶段，去产能、去杠杆对金融体系的冲击已受到高度关注。党的十八大以来，党中央多次强调维护

金融稳定，防范系统性、区域性金融风险的重要性。这对我们认识金融体系中风险传染机理，以及局部风险出现时的有效干预提出了具体的要求。

基于上述原因，本文试图综合将复杂金融网络和传染病模型进行结合，尝试将复杂网络上的传播动力学理论引入金融风险的研究中，构建了风险传染模型——无标度网络上的 SIRS 模型，并对模型中理论性质进行了深入分析。本文从公开的中国人民银行大额支付系统交易数据中尽可能提取有用信息，用以构建无标度的中国金融网络，并通过数值模拟的方法探讨危机救助策略。同时，为了将研究聚焦于揭示金融风险传染扩散效应的一般规律，本文将模型的节点进行同质化假设，并设定模型参数为外生变量。

本文的结构如下：引言随后的第二部分为文献综述；第三部分构建风险传染——无标度网络上的 SIRS 模型，通过理论分析，总结出模型的重要性质；第四部分数值仿真，利用中国人民银行大额支付系统数据，近似构造出无标度中国金融网络，在此基础上分析模型参数优化效应，并比较了五种危机救助策略；第五部分总结，并指出进一步研究的方向。

二、文献综述

目前，金融风险传染的网络理论研究主要集中在金融网络结构和网络中风险传染扩散两个方面。

在网络理论的发展中，Watts 和 Strogatz (1998) 以及 Barabasi

和 Albert (1999) 开创性地指出许多实际网络具有一些共同的拓扑性质, 即“小世界性”和“无标度性”。而无标度网络在满足“无标度性”前提下, 其平均距离也较小, 类似“小世界性”。因此, 在对真实社会网络的研究中, 无标度网络是最常使用的网络模型 (何大韧、刘宗华和汪秉宏, 2009)。国内外的研究表明, 金融网络也大致遵循相同的规律。如欧洲银行隔夜拆借市场网络、美国银行间债务网络、日本、澳大利亚、巴西以及中国的银行间网络都具有无标度特征 (Gabrieli, 2011; Soramaki, Morten, Arnold, Robert 和 Walter, 2006; Inaoka, Ninomiya, Taniguchi, Shimizu 和 Takayasu, 2004; Boss, Elsinger, Summer 和 Thurner, 2004; Edson 和 Cont, 2010; 程建平, 2012)。石大龙 (2015) 通过对我国大额支付系统来构建金融网络, 研究表明网络中交易笔数和交易金额也呈现无标度特性。但是, 也有少量的研究表明银行间市场网络未必具有无标度特性。如德国的中心-边缘层级结构、瑞士的多货币中心结构、中国的双幂律结构 (Upper 和 Worms, 2004; Müller, 2006; 万阳松, 2007)。黄聪和贾彦东 (2010) 的研究指出我国银行间网络表现出明显的重要节点与局部团状结构共存的结构特征。Bech 和 Atalay (2008) 考察了 1997-2006 的联邦基金市场, 发现该市场网络的度分布具有厚尾效应——只有少量节点的度较大, 但并不严格符合无标度性。同时, 部分学者发现不同的股票市场网络结构也呈现无标度网络的特性 (Kim, Lee, Kahng 和 Kim, 2002; 庄新田、闵志峰和陈师阳, 2007; 周艳波、蔡世民和周佩玲, 2009)。

在金融网络中风险传染的扩散效应研究方面，现有研究大多集中于网络结构对于风险扩散的影响，涉及理论和实证两方面。在理论方面，主要考虑抽象的网络结构如何决定金融系统稳定性。Allen 和 Gale（2000）基于 Diamond 和 Dybvig（1983）模型设定，开创性的研究了银行间市场中的风险传染问题。他们认为稀疏的网络更容易传染风险，其逻辑是紧密的网络分散了单个银行的倒闭对整个系统的冲击。但是，相反的观点认为紧密网络虽然降低了单个银行的风险，但却增加了银行之间的关联度，因而增加了风险的传染（Viver-Lirimont, 2006）。Acemoglu, Ozdaglar 和 Tahbaz-Salehi（2013）则认为网络结构与传染效应之间并非单调线性关系。当负向冲击小于特定阈值时，紧密的网络更稳定。然而，当负向冲击大于特定阈值时，弱连接网络更稳定。在实证方面，主要利用真实数据构造或校准金融网络模型，并模拟风险传染对金融系统的冲击效应。在构造金融网络时，国内学者大多采用银行资产负债表的加总数据，最大熵方法构造银行间的联系结构。应用此方法，马君潞、范小云和曹元涛（2007）考察了单个或多个银行破产造成的传染效应；范小云、王道平和刘澜飏（2012）研究发现，相比银行规模，银行间的关联程度更容易诱发系统性危机，而且其破产造成的损失也越大；鲍勤和孙艳霞（2014）的研究表明相比于完全连接网络，中心-边缘层级结构网络将增大金融风险传染的范围和程度。李守伟、何建敏、庄亚明和施亚明（2010）研究了随机冲击和选择性冲击对银行系统稳定性的影响，发现选择性冲击更容易造成银行系统

不稳定。贾彦东（2011）基于金融网络模型对风险扩散机制的分析，给出了金融机构系统重要性的度量方法。童牧和何奕（2012）以中国大额支付系统为对象，建立了复杂金融网络中的风险演化模型，运用此模型评估了针对系统性风险的救助策略。结果表明相对于非均衡救助，均衡救助策略在绝大多数情况下是严格占优的。Upper（2011）总结了银行间市场网络风险传染扩散的仿真方法，对各种仿真方法的假设以及应用进行了讨论，指出传染性违约不可能完全消除，稳健测试显示这些方法能够准确预测风险传染是否会引引起系统系风险，并能辨识出触发风险传染的银行。但是，由于缺乏行为基础，这些方法不适合危机中政策选择的分析。

在网络方法之外，对金融风险传染扩散的研究中，也有一些学者从类比流行病传染的视角开展了研究。May（2008）指出，金融风险的传染和流行病的传播非常相似。李守伟、何健敏和龚晨（2010）基于传染病 SI 模型建立了银行风险传染模型，分析了受传染银行的数目变化规律及模型参数的影响效果，结果表明通过降低传染率、降低关联度或增加治理率都可以控制银行风险的传染。也洪辉（2012）借鉴传染病 SIR 模型，构建银行危机传染的动态模型。研究表明危机增大银行危机管理系数和危机银行的破产系数有助于控制银行危机；中小型银行居多的区域银行结构有利于降低银行危机的传播速度。此外，Garas, Argyrakakis, Rozenblat, Tomassini 和 Havlin（2010）将流行病传染机制引入实际金融网络模型中，利用 SIR 传染病模型模拟全

球经济网络中危机的传染。初始时，将任意单独节点设为感染状态，其余节点均为易感状态，每一步感染节点以一定的传染概率沿网络扩散后，其变为永久免疫状态。其研究发现不仅美国，即使类似于比利时这样 GDP 总量较小的国家同样可能引发全球金融危机。

总结上述文献可以发现：（1）现实中的金融网络通常具有无标度特征；（2）传染病模型已被引入到金融风险传染的研究中，但对其研究还处于探索阶段，有待深化。尤其是需要将其与网络方法相结合，研究复杂金融网络上的风险传染动力学理论；（3）针对金融网络风险传染的救助策略研究较少。因此，本文基于复杂网络的传播动力学理论，建立金融风险传染模型，证明模型的理论性质，并通过数值仿真，探讨对风险传染的危机救助策略。

三、风险传染——无标度网络上的 SIRS 模型

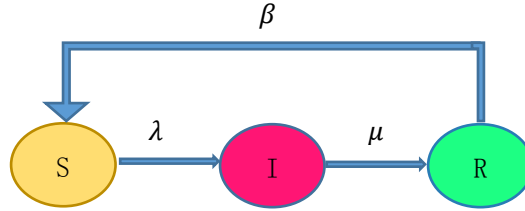
本节我们基于复杂网络的传播动力学理论，建立金融风险传染模型——无标度网络上的 SIRS 模型，并从理论上分析模型演化的风险传染特征。

（一）模型框架

1. 网络结构和模型参数设定

相关研究文献表明，金融网络具有显著的无标度网络特征，本文接受这一特征假设，并在此基础上进行理论推演。无标度网络是高度非均匀的网络，节点的度分布服从幂律形式，即 $P(k) \sim k^{-\gamma}$ ，其中， $2 \leq \gamma \leq 3$ （Barabasi 和 Albert, 1999）。幂指数 γ 代表网络的紧密程度，

它越大，网络越稀疏。



网络中的传播动力分析，我们采用了 SIRS 模型，在 SIR 模型的基础上，添加了免疫暂时失效分析。其中，网络节点被划分为三类：易感节点 (S)、感染节点 (I)、具有暂时免疫能力的节点 (R)。I 是传染的源头，它以概率 λ (感染率) 感染 S，同时也以概率 μ (治愈率) 被治愈转变为 R，R 以概率 β (免疫失效率) 失去免疫力转变为 S。传染的机制如图 1 所示。

图 1. SIRS 模型的感染机制

2. 无标度网络上的 SIRS 模型

针对每一个节点 k ，假设三类节点的相对密度为 $s_k(t)$ 、 $i_k(t)$ 、 $r_k(t)$ 。由平均场理论，风险传染的动力学方程组由下式给出（李光定和史定华，2006）：

$$(3.1) \quad \begin{cases} \frac{ds_k(t)}{dt} = -\lambda k s_k(t) \theta(t) + \beta r_k(t) \\ \frac{di_k(t)}{dt} = \lambda k s_k(t) \theta(t) - \mu i_k(t) \\ \frac{dr_k(t)}{dt} = \mu i_k(t) - \beta r_k(t) \end{cases}$$

这里的 $\theta(t) = \sum_k k P(k) i_k(t) / \langle k \rangle$ 表示 t 时刻一条随机边与感染节点连接的概率。

$\langle k \rangle = \sum_k P(k) k$ 表示网络平均度。通常，我们通过下面的步骤来计算

达到稳态时刻 T 时，整个网络中感染节点的占比，记为 $i(T)$ 。

$$\begin{aligned}\theta(T) &= \frac{1}{\langle k \rangle} \sum_k k P(k) \frac{\lambda k \theta(T)}{\lambda k \theta(T)(1+\mu/\beta)+\mu} \\ i_k(T) &= \frac{\lambda k \theta(T)}{\lambda k \theta(T)(1+\mu/\beta)+\mu} \\ (3.2)\end{aligned}$$

$$i(T) = \sum_k P(k) i_k(T)$$

根据第一个等式求得 $\theta(T)$ ，进而求得 $i_k(T)$ ，最后得到整个网络中感染节点的占比 $i(T)$ 。

(二) 模型演化的参数分析

通过模型演化对网络感染的参数进行分析，能得出一些显著的性质，这些性质对于理解感染在网络环境下的扩散效应十分关键。并且数理证明的性质并不对具体数值产生依赖，这对随后的数值仿真分析提供了有力的理论支撑。

性质 1: 对于无限规模的无标度网络，无论感染率多么小，感染节点始终存在，即传染阈值 $\delta_c = 0$ 。

证 明： 若要 $i(T) > 0$ ，必须满足 $\frac{d}{d\theta(T)} \left(\frac{1}{\langle k \rangle} \sum_k k P(k) \frac{\lambda k \theta(T)}{\lambda k \theta(T)(1+\mu/\beta)+\mu} \right) |_{\theta(T)=0} > 1$ ，即 $\delta > \frac{\langle k \rangle}{\langle k^2 \rangle}$ ，从而 $\delta_c = \frac{\langle k \rangle}{\langle k^2 \rangle}$ 。对于无标度网络，当 $\gamma \leq 3$ 时， $\frac{\langle k \rangle}{\langle k^2 \rangle} = 0$ 。因此， $\delta_c = 0$ 。证毕。

在感染的传播动力分析中，一个核心问题就是确定传染阈值 δ_c ($\delta = \lambda/\mu$ ，一般称为有效传染率)，使得当 $\delta < \delta_c$ 时， $i(T) = 0$ ；当 $\delta > \delta_c$ 时， $i(T) > 0$ 。只有在这一阈值以上，感染才具有扩散效应，否

则系统的自我免疫会最终消灭感染现象。性质 1 揭示了在无标度网络无限大时，传染阈值为 0。在实际中，网络的节点总是有限的，传染阈值不会等于 0，但通常情况下，阈值依然非常小。例如：对于欧洲拆借市场， $\gamma \approx 1.5$ ， $2 \leq k \leq 50$ ，（Gabrieli，2011），计算得 $\delta_c = \langle k \rangle / \langle k^2 \rangle \approx 0.05$ 。实际上， λ/μ 通常会大于 0.05。因此，在具有无标度性的金融网络中，感染节点将始终占有一定比例，这也意味着金融网络中的风险传染几乎是总是存在。

性质 2：稳态时，度大的节点感染的比例相对更高，即 $di_k(T)/dk > 0$ 。

证明： $\frac{di_k(T)}{dk} = \frac{\lambda\theta(T)\mu}{(\lambda k\theta(T)(1+\mu/\beta)+\mu)^2} > 0$ 。证毕。

度大的节点（机构）在市场中的活跃度高，性质 2 表明，在发生风险传染时，它们被感染的比率更高。20 世纪 80 年代的美国储贷危机与最近次贷危机的数据表明，关联度高（一般也是规模较大）银行的坏账率起初低于或是接近于整体银行的坏账率，但随着危机的演进，其上升速度更快，危机最恶劣时将超越整体银行的坏账率水平。^①

性质 3：（1）感染率与传染程度成正比，即 $\partial i(T)/\partial \lambda > 0$ ；

（2）治愈率与传染程度成反比，即 $\partial i(T)/\partial \mu < 0$ ；

（3）免疫失效感染率与传染程度成正比，即 $\partial i(T)/\partial \beta > 0$ ；

（4）幂指数与传染程度成反比，即 $\partial i(T)/\partial \gamma < 0$ 。

证明：记 $\Delta := \lambda k\theta(1 + \mu/\beta) + \mu$ 。由式（3.1）、（3.2）得

$$\frac{\partial i}{\partial \lambda} = \sum_k P(k) \frac{k\mu(\sum_k \frac{k^2 P(k)\mu/\lambda}{\Delta^2}) / (\sum_k \frac{k^3 P(k)(1+\mu/\beta)}{\Delta^2}) + k\mu\theta}{\Delta^2}$$

① 在这两次危机期中，美国前 100 家银行的坏账率于 1989 年 12 月和 2010 年 3 月分别达到 2.3% 和 3.37%，而同期美国整体银行的坏账率为 1.60% 和 2.96%。

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial i}{\partial \mu} = \frac{-\sum_k P(k) \frac{k^2 P(k)(\lambda k \theta / \beta + 1)}{\Delta^2}}{\sum_k P(k) \frac{k^3 P(k)(1 + \mu / \beta)}{\Delta^2} + \lambda^2 k^2 \theta^2 / \beta + \lambda k \theta} \\
& \frac{\partial i}{\partial \beta} = \sum_k P(k) \frac{k^3 P(k) \lambda \theta \mu / \beta^2}{\Delta^2} / \left(\sum_k \frac{k^3 P(k)(1 + \mu / \beta)}{\Delta^2} + \lambda^2 k^2 \theta^2 \mu / \beta^2 \right)
\end{aligned}
\tag{3.3}$$

$$\frac{\partial i}{\partial \gamma} = \frac{-\sum_k P(k) \frac{k \mu / \lambda (\sum_k k P(k) \ln k (\frac{\lambda k}{\Delta} - 1))}{\Delta^2}}{\sum_k \frac{k^3 P(k)(1 + \mu / \beta)}{\Delta^2} + \lambda k \theta \ln k \Delta}$$

经计算得, $\frac{\partial i}{\partial \lambda} > 0$, $\frac{\partial i}{\partial \mu} < 0$, $\frac{\partial i}{\partial \beta} > 0$, $\frac{\partial i}{\partial \gamma} < 0$ 。证毕。

从性质 3 可以看到模型参数对于感染产生的影响方向, 为了控制总体感染节点的比例, 可以有如下四种优化措施: 减小感染率; 增加治愈率; 减小免疫失效率; 减少节点间的连结等。但具体采取何种措施更优, 我们可以通过比较四个参数的边际效应 $\partial i / \partial \lambda$ 、 $\partial i / \partial \mu$ 、 $\partial i / \partial \beta$ 和 $\partial i / \partial \gamma$ 的大小来决定。本文随后的数值模拟将就此进行演算。

性质 4: 危机中, 治愈率一般低于传染率和免疫失效率, 从而增加治愈率的边际效应高于减小感染率和免疫失效率的边际效应, 即当 $\mu < \lambda$ 时, $|\frac{\partial i(T)}{\partial \mu}| > \frac{\partial i(T)}{\partial \lambda}$; 当 $\mu < \beta$ 时, $|\frac{\partial i(T)}{\partial \mu}| > \frac{\partial i(T)}{\partial \beta}$ 。

证明: 由式 (3.3) 可以计算得出。证毕。

在发生金融危机的情况下, 传染率和免疫失效率增加, 治愈率减小, 通常治愈率会低于传染率和免疫失效率, 这也是感染被迅速传播的内在动力。从性质 4 可得, 此时增加治愈率的边际效应更高, 通过提高治愈率来控制感染传播的效果也更佳。

性质 5: 危机中, 风险传染呈现“超调”现象, 即感染节点的比例会超

越均衡值。

证明：危机发生前，系统处于相对均衡的状态，即 $ds_k/dt \approx 0$ ， $di_k/dt \approx 0$ ， $dr_k/dt \approx 0$ 。危机发生时， λ 、 β 变大且 λ 变化幅度较大， μ 变小。此时， $ds_k/dt < 0$ ， $di_k/dt > 0$ ， $dr_k/dt < 0$ 。根据式(3.1)，通过分析比较 $\lambda k s_k(t)\theta(t)$ ， $\beta r_k(t)$ ， $\mu i_k(t)$ 的大小，可以得出：首先，免疫节点比例 $r(t)$ 先减小到最小值然后逐渐回升至稳态值；接着，感染节点比例 $i(t)$ 增加到最大值然后逐渐回落至稳态值；最后，易感节点比例 $s(t)$ 减小到最小值然后逐渐回升至稳态值。具体的过程可以参考下节图3。证毕。

从某种角度看，危机传染过程是金融系统从初始状态向后危机均衡状况的一种跃迁。性质5表明在跃迁的过程中，金融系统会出现比后危机均衡状况更糟糕的情况，我们称此为“超调”现象。

性质6：只要感染率、治愈率和免疫失效率三者之比相同，稳态时的感染比例也相同。即如果 $\lambda_2 = a\lambda_1$ ， $\mu_2 = a\mu_1$ ， $\beta_2 = a\beta_1$ ，那么， $i(T)_2 = i(T)_1$ ，其中 $a > 0$ 。

证明：若 $\lambda_2 = a\lambda_1$ ， $\mu_2 = a\mu_1$ ， $\beta_2 = a\beta_1$ ，根据(3.2)式知， $\theta(T)_2 = \theta(T)_1$ ， $i_k(T)_2 = i_k(T)_1$ 。

因此，结论成立。证毕。

此性质表明感染比例的稳态值只跟感染率、治愈率和免疫失效率的相对比值有关，而与它们数值的大小无关。这为下一节的数值仿真参数的选取放宽了条件。

四、基于中国金融网络的参数比较和救助策略的数值仿真

基于前述的模型分析，我们尽可能从中国现实数据中提取有用信息，构造近似的中国金融网络，在此基础上依据 SIRS 模型的感染扩散原理，对参数比较及救助策略进行数值仿真。其中，参数比较是网络特征参数的永久性变化，而救助策略分析并不涉及参数的改变，只是考虑外在干预对金融网络节点分布带来的短期影响。

（一）参数选取和初始值的设定

在确定中国金融网络的特征方面，我们无法获取完备的公开数据。考虑到其他研究已论证全球主要经济体金融体系均具有无标度网络特征，我们接受了中国金融体系无标度网络的前提。本文从中国人民银行支付业务季报中提取大额支付系统数据，根据 2015 年第四季度至 2016 年第三季度的交易笔数和金额数据构造数值仿真的金融网络。我们将金融网络的参与者 3830 家分为 10 类：邮储银行、政策性银行、国有商业银行、股份制商业银行、城市商业银行、农村商业银行、农村信用社、农村合作银行、村镇银行和其他金融机构等。结合大额支付交易和金融机构间的往来业务特征，我们将金融网络度的范围设定在 $5 \leq k \leq 400$ 。然后，根据银行类别间资金流量笔数估算无标度网络的幂指数。具体的过程为：①将邮储银行、政策性银行、国有商业银行和股份制银行合并为一组，认定它们之间为完全网络。并以此计算出组内银行之间平均交易笔数 $R_{complete}$ 。②假设第 i 、 j 组之间两个关联银行平均交易笔数分别跟第 i 、 j 组的总交易笔数成正比（ i 和

j 可以是同一组)。根据 $R_complete$, 便可求出 i、j 组之间两个关联银行平均交易笔数。③根据第 i 组和第 j 组的总交易笔数和关联银行平均笔数, 求得第 i 组和第 j 组的连边数。从而可以计算出网络中的总边数, 得到网络的平均度。根据平均度计算公式, 便可得到无标度网络的幂指数。实际求得的大额支付无标度网络的幂指数 $\gamma \approx 2.1$, 这与 Barabasi 和 Albert (1999) 的结果, 幂指数通常为 $2 \lesssim \gamma \lesssim 3$ (相符)。

对于感染扩散的 SIRS 模型参数而言, 在危机前, 网络中大部分节点应该处于正常 (易感) 状态, 感染节点势必较少。从系统的基本特征可以得知, 网络最终均衡水平只与网络的特征参数有关, 与网络的初始状况无关, 我们设定初始时刻三类节点的占比为 $s_k(0) = 0.85$, $i_k(0) = 0.05$, $r_k(0) = 0.10$ 。同时, 上一节的性质 4 和性质 6 已表明, 网络参数变动带来的影响已由基本性质决定了, 网络中感染扩散的数值会受到参数变化的影响, 但扩散的基本特征不会改变。我们选取了 $[\lambda, \mu, \beta] = [0.24, 0.18, 0.20]$ 来具体探究危机过程中风险传染演化的过程。

(二) 参数比较的仿真分析

参数变化对网络长期均衡值的影响可以通过参数比较进行。为了充分比较感染传播动力参数的影响力, 我们涵盖尽可能多的情形, 选取 λ 、 μ 、 β 为从 0.1 到 1 间隔为 0.05 的所有数值。每个参数可以取 19 个值, 一共有 $19^3=6859$ 种组合。对每一组参数组合, 进行试验, 比较

λ 、 μ 、 β 的边际效应。图 2 展示了所有试验的结果。从图中可以看出， λ 边际效应最大的组合集中分布在 λ 较小的位置，有 864 个，占比为 12.60%； μ 边际效应最大的组合集中分布在 μ 较小的位置，有 3597 个，占比为 59.73%。 β 边际效应最大的组合集中分布在 β 较小的位置，有 1898 个，占比为 27.67%。这表明在大多数情况下，优化 μ 的效果相对较好，只有在很少的情况下，优化 λ 的效果更好。

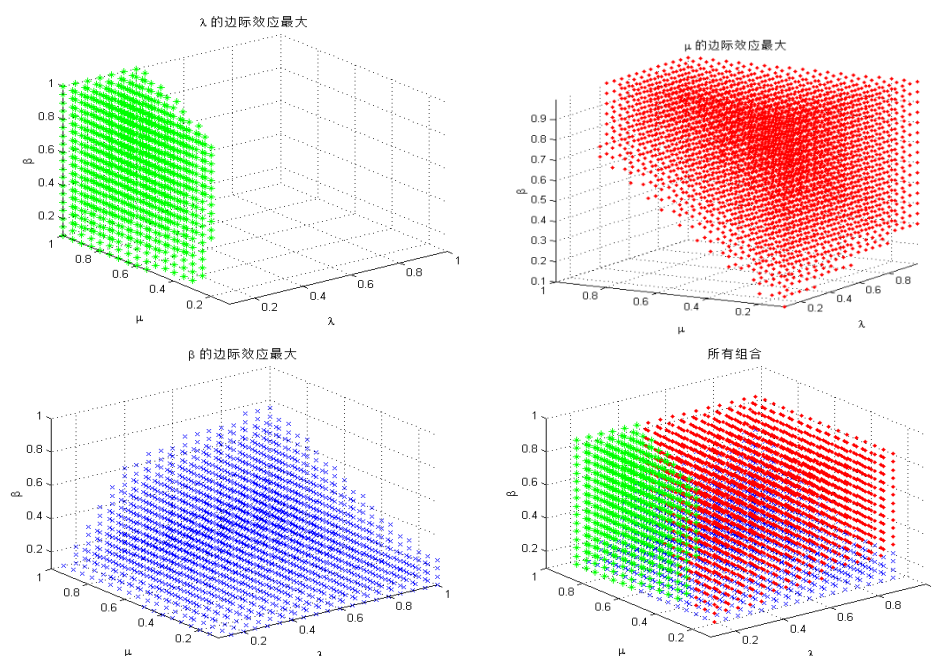


图 2 λ 、 μ 、 β 边际效应比较

现实中，危机时刻的 μ 通常小于 λ 、 β ，根据性质 4，这时增加 μ ，对于改善整个网络的长期均衡效果应该是最好的。图 3 展示了依据前述参数模拟的感染扩散情况，从图中可以看出，感染比例经历了一个急速上升至顶点又缓慢回落，最终收敛到一个稳态值的过程，“超调”现象明显。

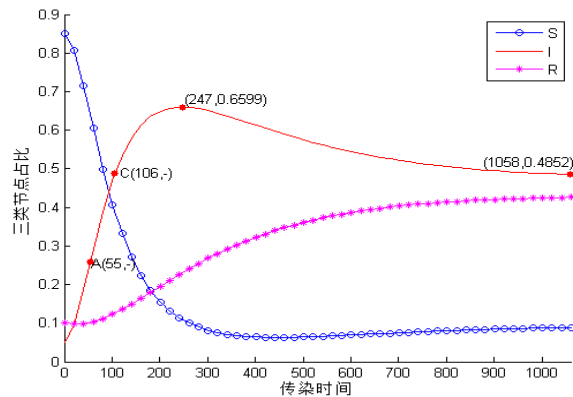


图 3 传染演化过程

本文选择感染比例的最大值 ($i_{\max}$)、稳态值 (i_{stable}) 以及到达它们的时间 ($T_{\max}$, T_{stable}) 四个指标来量化危机传染的程度。我们进一步模拟了五种对参数进行改变后的金融网络表现。表 1 展示了参数优化后这四个指标的变化情况。其中, λ 、 β 分别减小 0.04 (第二、四行), μ 增加了 0.04 (第三行)。同时也考虑了 λ 、 μ 、 β 比值相同 (第三、五行) 和将 γ 增加为 3 (最后一行) 的情况。

表 1	不同参数优化后感染节点的状况			
$[\lambda, \mu, \beta, \gamma]$	$i_{\max}$	$T_{\max}$	i_{stable}	T_{stable}
[0.24, 0.18, 0.20, 2.1]	65.99%	247	48.52%	1058
[0.20 , 0.18, 0.20, 2.1]	63.82%	284	47.40%	1112
[0.24, 0.22 , 0.20, 2.1]	62.18%	231	42.74%	1017
[0.24, 0.18, 0.16 , 2.1]	65.19%	241	43.45%	1155
[0.196 , 0.18, 0.164 , 2.1]	62.14%	282	42.93%	1203
[0.24, 0.18, 0.20, 3]	63.60%	332	47.57%	1126

通过表 1, 我们可以看到: ① 减小感染率、增加治愈率和减小免疫失效率都可以改善最终均衡的感染比例。但增加治愈率的效果最显著, 对感染比例最大值和稳态值的改善幅度都是最大的 (参见表 1 第三行

第二列，62.18%优于其他改善)；② 增加治愈率还能缩短了危机传染的时间，而减小感染率和免疫失效率反而延长了危机传染的时间（比较表 1 第三列和第五列数值，第三行的改进效果明显）。③当感染率、治愈率和免疫失效率的比值相同时，感染比例的最大值和稳态值也近似相同，但数值较小的情形会延长危机持续的时间（见表 1 第五行第三、第五列）。④减小网络的紧密性，会改善感染比例，但也会延长危机持续的时间（见表 1 第六列）。因此，如果希望在危机中改善金融网络的长期状况，应该优先考虑的应是尽量增加治愈率，也就是想办法提高金融机构持续摆脱困境的能力。

（三）救助策略的仿真

感染在金融网络中大量传播时，救助往往是不可避免的行动。事实上，感染快速传播过程中，救助行动短期内往往不能改变金融机构的风险传染概率和免疫能力，这也从一定程度上贴近本文模型假设的网络参数外生性特征。但危机救助能影响了网络中不同状态节点的分布，也就是暂时改变 s_k 、 i_k 和 r_k 的占比，现实中救助一般是将一定比例感染状态的节点转变为具有暂时免疫力的节点。虽然救助不会改善最终稳态值，但可以改善危机中感染比例最大值和危机持续时间。因此，这里选择感染比例最大值、达到最大值的时间和到达稳态值的时间作为评价指标，分一次救助和多次救助两大类策略来进行数值仿真比较。

1. 一次救助

首先，假设救助力度为 20%，就是当局将采取救助总家数 20%的行

动。考虑一次救助情况下的三种具体策略，然后在每种策略上选择最佳救助时机，根据选定的三个指标评价各策略的优劣。

策略 I. 度大优先救助：度大的节点完全救助后，才开始救助度小的；

策略 II. 度小优先救助：度小的节点完全救助后，才开始救助度大的；

策略 III. 均衡救助：各个度上救助相同的比例。

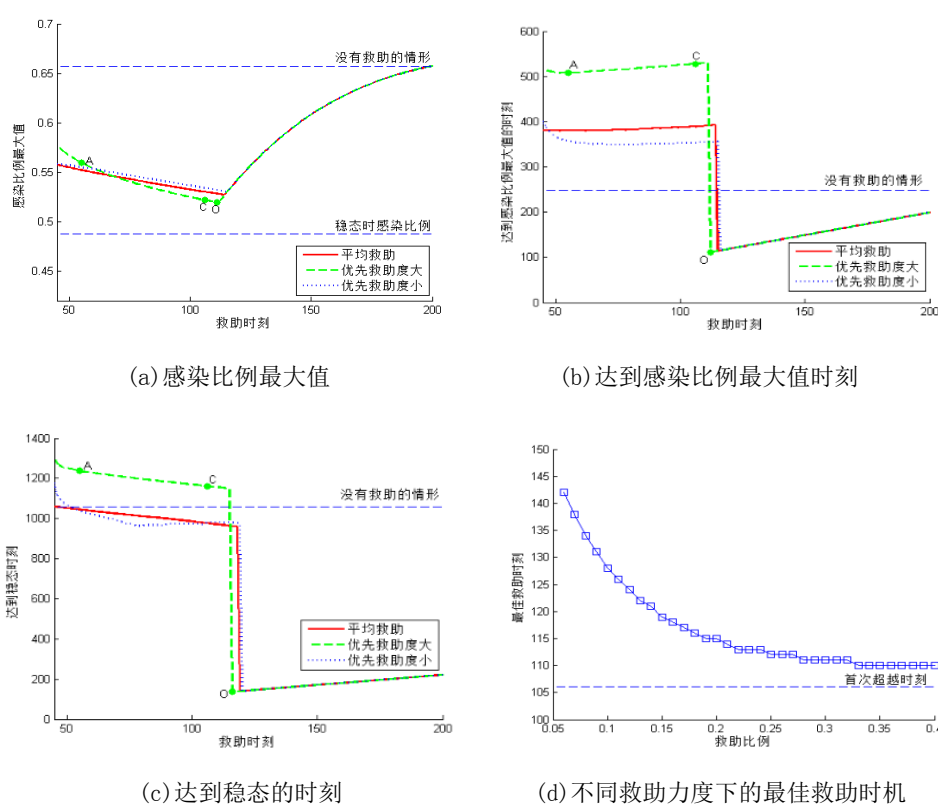


图 4 一次救助的情形

图 4(a)、(b)、(c) 分别给出了一次救助情形下，三种策略下不同指标的比较情况。图中点 A、C、O 分别对应三个关键的时刻。其中，A 点的时刻是 55，对应感染比例曲线斜率最大时刻即感染节点增加最快时刻，简称**斜率最大时刻**，见图 3；C 点的时刻是 106，对应首次超过

稳态感染比例的时刻，简称**首次超越时刻**，见图 3；0 点的时刻是 111，对应策略 I 最佳救助时机，它是首个满足这样性质的时刻：在此刻实施救助后，感染比例将不会再超越此刻，称此刻为**首个不更差时刻**。图 4(d) 给出了不同救助力度下的最佳救助时机。

从图 4 中，我们可以得到以下结论：①三种救助策略都可以改善三个指标，但是救助后依然存在“超调”现象；并且救助时机过早可能会延长到达最大值的时间；②救助效果取决于救助时机，且对其非常敏感。③三种策略都存在一个最佳救助时机，它们是被称为**首个不更差的时刻**。例如，策略 I 的最佳救助时机是 111，即图中 0 点对应的时刻，它一般紧随首次超越时刻（C 点）。④相对而言，策略 I 效果更好，但改善并不显著。⑤救助力度越大，最佳救助时机应该越靠前，逐渐逼近于首次超越时刻。

2. 多次救助

通过分析我们发现，上述三种一次性救助策略效果不同，主要是由于网络的感染扩散中，不同度的节点感染不同步造成的，各个度的节点会有相对独立的感染过程，并形成各自的稳态值。图 5(a) 刻画了各个度的传染过程，我们可以看出度大的节点首当其冲先被感染，也率先从危机中恢复达到其自身的稳态值。因此，救助时机也应有先后之分。根据最佳救助时机是紧随首次超越时刻，我们提出**策略 IV**：

救助时机——某个度的感染比例超越该度稳态值的时刻；

救助对象——这个度所包含的节点；

救助力度——感染水平超越其稳态值的大小。

在此策略下，传染的过程如图 5（b）所示。图 5（c）刻画了各个度的救助力度和首次救助时刻。结果表明：首先，策略 IV 的救助效果近乎完美。因为它避免了“超调”现象，感染比例一直被控制在稳态值以内，并且很快就达到了稳态值。其次，度大的节点先超越其稳态值，因此先被救助。度大节点的首次救助时刻比较集中，度小节点相对分散。图 5（b）的集中救助区间对应从最大度的首次救助时刻到最小度的首次救助时刻。然后，开始救助的时刻（C400 对应时刻 49）与斜率最大时刻（A 点对应时刻 55）非常接近。在策略 IV 下，一共救助了 22.13% 的节点，这与一次救助的投入很接近，但效果却得到了显著改善。

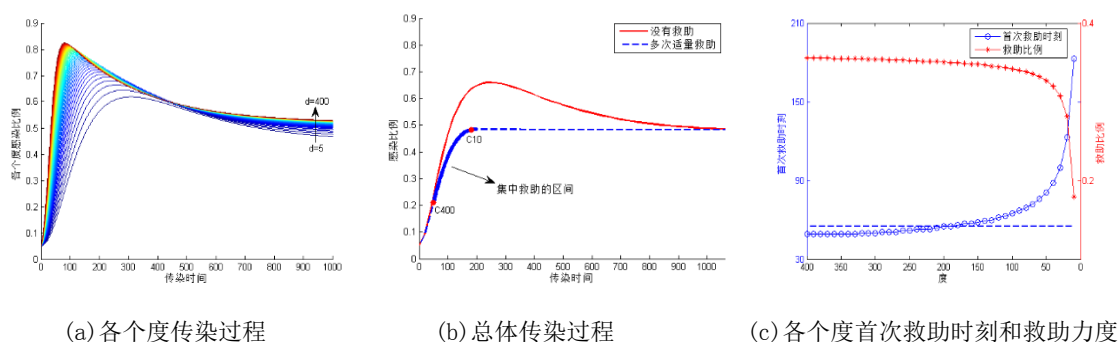


图 5 多次适量救助的情形（策略 IV）

策略 IV 能达到理想的救助效果，但前提是必须得知各个度的稳态值。但是由于模型参数的值通常未知，难以确定各个度的稳态值，再加上极其复杂的操作难度，其可行性较低。因此，本文根据多次救助过程中呈现的特点，提出了一种替代**策略 V**：

预处理——将节点按度的大小分为三组： $V_l = \{\text{度为 } 100 \text{ 至 } 400 \text{ 的节点}\}$ ，取其度为其所有节点的加权平均， $d_l = 184.4$ ；同理， $V_m = \{\text{度为 } 25 \text{ 至 } 99 \text{ 的节点}\}$ ， $d_m = 45.6$ ； $V_s = \{\text{度为 } 5 \text{ 至 } 24 \text{ 的节点}\}$ ， $d_s = 9.4$ ；它们的占比分别是 3.5%，14.1%和 82.4%。

救助时机——在危机加速度出现转折的时刻开始救助 V_l ，记此时 V_l 的感染比例为其稳态值；当救助后， V_l 的状态趋于稳定时，开始救助 V_m ，记此时 V_m 的感染比例为其稳态值；同理可得 V_s 的首次救助时刻和稳态值。以某组感染比例超越其稳态值的时刻为救助时刻；

救助对象——对应组的节点；

救助力度——超越稳态值的比例；

实际上，策略 V 是策略 IV 的一种简化继承。预处理阶段是将节点度的个数简化为 3 个。在救助时机上，是根据每组首次救助时刻来估计其稳态值。图 6 展示了在此策略下，传染和救助的具体实现过程。其中，图（a）表明，策略 V 和策略 IV 的救助效果几乎完全相同。图（b）展示了具体的救助情形，与图 5 也类似，只是救助是以组为单位，组内不同度节点救助的时刻和力度都一样。整个过程，一共救助了 22.39%的节点，比策略 IV 救助成本略高。但策略 V 在部分参数获取困难的情况下，对于危机救助具有更强的实践指导意义。

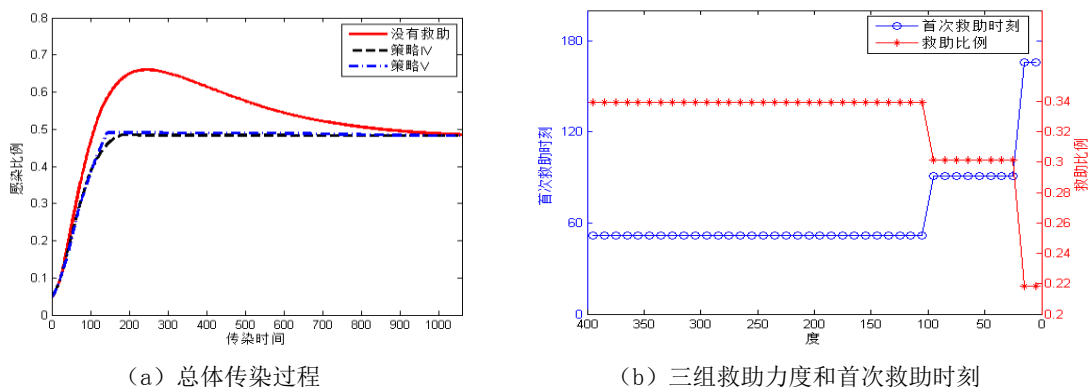


图 6 多次适量救助的情形（策略 V）

表 2. 五种救助策略的比较

救助策略		最佳救助时机	把握时机难度	对时机敏感度	救助力度	救助效果
一次救助	度大优先	首个不更差时刻	较难	敏感	难	较优
	度小优先	首个不更差时刻	较难	敏感	难	较差
	均衡	首个不更差时刻	较难	敏感	难	一般
多次救助	假设参数已知	超越稳态值时刻	容易	弹性	超越的幅度	最优
	参数未知	同上（估计）	较容易	弹性	超越的幅度	近似最优

表 2 总结了一次救助和多次救助共五种策略的救助结果。对于一次救助，救助时机和救助力度的选择较难，同时，救助效果对救助时机特别敏感。救助后，“超调”现象被弱化，但依然存在。而对于多次救助，假设参数已知的情况下，可以以超越稳态值为救助时机，以超越的幅度作为救助力度，但现实中对稳态值的精确估计很困难。本文基于策略 V 的数值仿真，提出近似以感染比例增速最快的时刻作为救助的起点，从度大的机构逐渐向度小的机构过渡进行救助。如果施救得当，可以消除“超调”现象，将感染比例一直控制在稳态值之内，救助效果较优。

五、结 论

本文尝试将复杂网络中的传播动力学理论引入到金融风险传染的

研究中。基于无标度网络上的 SIRS 模型，本文首先刻画了复杂金融网络中风险传染的演化过程，从理论推演中归纳出感染扩散的一些重要性质；然后，通过中国人民银行大额支付系统数据，近似地构造出无标度的中国金融网络，并在此基础上进行了参数优化的比较；最后，通过数据仿真分析了在不改变系统参数的情况下，实施不同救助策略所产生的系统影响。

通过理论推演与数值仿真，我们对无标度网络中，基于 SIRS 模型传播的风险扩散及危机救助的特征归纳如下：首先，如果网络具有无标度特性，金融系统中风险感染几乎总是存在。这就意味着金融网络不具有完全自我免疫的阈值，风险传染的危险始终存在于网络之中。

第二，风险传染的动力特征会让整个网络呈现“超调”现象，危机的深化过程中，网络中危机的峰值会超过未来的稳态值。并且危机扩散中风险传染会总体呈现出从度大机构到度小机构的传递关系。往往度大的机构在危机中最先受到风险传染的冲击，但这类金融机构也会最早达到危机后新的稳态水平。

第三，模型的参数直接影响风险传染状况，并决定金融网络的长期稳态水平。增加治愈率，降低传染率和免疫失效率会降低风险传染影响；改善三个参数中值较小的参数，所带来边际效应较高；在大多数情形下，增加治愈率的边际效应最高，尤其是在危机中，治愈率一般最低，增加治愈率的边际效应要高于降低传染率和免疫失效率的边际效应；并且与增加治愈率缩短危机持续的时间不同，降低传染率和

免疫失效率会延长危机持续的时间。因此，增加治愈率，就是提高金融机构自身对风险的免疫能力是改善金融网络长期稳态的最优选择。

第四，金融网络的结构对风险传染也有一定的影响。减小网络的紧密程度，能够降低网络的风险传染，使整个网络的最坏状况和稳态水平都有所改善。但整个网络的调整周期会被拉长，危机持续的时间也相应被延长。

第五，多次适量救助是较优的策略。数值仿真中的一次救助，存在一个最佳救助时机，该时机和救助力度有关，救助力度越大该时点越靠前，但不会早于整个网络首次超越长期稳态值的时刻。一次救助可以削弱危机中“超调”，但无法消除这一现象。并且，实践中精准地操作好一次救助难度更大；假设长期稳态水平已知，数值仿真中的多次救助策略可以近乎完美，消除“超调”现象，且救助成本并未显著提高。实践中，即使无法准确获得长期稳态水平，仍然可以根据数值仿真中体现的特性，采取替代策略，在危机加速度出现转折的时刻开始，从度大的机构逐渐向度小的机构过渡，其救助效果和救助成本将近似参数已知的最优策略。

金融风险传染的网络理论是一个综合金融学、网络理论和系统动力学的交叉领域。本文仅仅是对其研究的初步探索，未来可以在如下两方面再做推进：一方面是在网络度异质性的基础上，进一步考虑节点规模和节点间关联程度的异质性，使其网络特征更细致；另一方面考虑模型参数的内生性特征，甚至可以将动态博弈演化的特性包含于参

数之中。

参考文献

1. 鲍勤、孙艳霞：《网络视角下的金融结构与金融风险传染》，《系统工程理论与实践》2014年第9期。
2. 程建平：《基于网络化数据挖掘技术的银行间资金流网络研究》，西南财经大学硕士论文，2012。
3. 范小云、王道平、刘澜飏：《规模、关联性与中国系统重要性银行的衡量》，《金融研究》2012年第11期。
4. 何大韧、刘宗华、汪秉宏：《复杂系统与复杂网络》，高等教育出版社2009年版。
5. 黄聪、贾彦东：《金融网络视角下的宏观审慎管理——基于银行间支付结算数据的实证分析》，《金融研究》2010年第4期。
6. 贾彦东：《金融机构的系统重要性分析——金融网络中的系统风险衡量与成本分担》，《金融研究》2011年第10期。
7. 李光定、史定华：《复杂网络上SIRS类疾病传播行为分析》，《自然科学进展》2006年第16卷第4期。
8. 李守伟、何建敏、庄亚明、施亚明：《银行同业拆借市场的网络模型构建及稳定性》，《系统工程》2010年第5期。
9. 李守伟、何建敏、龚晨：《银行风险传染随机模型研究》，统计与信息论坛，2010年12月。
10. 马君潞、范小云、曹元涛：《中国银行间市场双边传染的风险估测及其系统性特征分析》，《经济研究》2007年第1期。
11. 乜洪辉：《基于SIR模型的银行危机传染研究》，湖南大学硕士论文，2012。
12. 石大龙：《复杂网络视角下金融危机传染引致的系统性风险问题研究》，东北财经大学博士论文，2015。
13. 童牧、何奕：《复杂金融网络中的系统性风险与流动性救助——基于中国大额支付系统的研究》，《金融研究》2012年第9期。
14. 万阳松：《银行间风险传染机制与免疫策略研究》，上海交通大学博士学位论文，2007。
15. 周艳波、蔡世民、周佩玲：《金融市场的无标度特征研究》，《中国科学技术大学学报》2009年第39卷第8期。
16. 庄新田、闵志锋、陈师阳：《上海证券市场的复杂网络特性分析》，《东北大学学报自然科学版》2007年第28卷第7期。
17. Acemoglu, D., Ozdaglar, A., & Tahbaz-Salehi, A., Systemic Risk and Stability in

Financial Networks. National Bureau of Economic Research, Working Paper, No. 18727, 2013.

18.Allen, F., & Babus, A., Networks in Finance. In Kleindorfer, P. R. and Wind, Y., editors, *the Network Challenge: Strategy, Profit, and Risk in an Interlinked World*, 2009, p.367-382.

19.Allen, F., & Gale, D., Financial Contagion. *Journal of Political Economy*, Vol.108, No.1, 2000, pp.1-33 .

20.Barabasi, A. L., & Albert, R., Emergence of Scaling in Random Networks. *Science*, Vol.286, No.5439, 1999, pp.509-512.

21.Bech, M. L. & Atalay, E., The Topology of the Federal Funds Market. *Physica A Statistical Mechanics & Its Applications*, Vol.389, No.22, 2008, pp.5223-5246.

22.Boss, M., Elsinger, H., Summer, M., & Thurner, S., Network Topology of the Interbank Market. *Quantitative Finance*, Vol.4, No.6, 2004, pp.677-684.

23.Diamond, D. W., & Dybvig, P. H., Bank Runs, Deposit Insurance, and Liquidity. *Journal of Political Economy*, Vo.91, No.3, 1983, pp.401-419.

24.Edson, B., & Cont, R., The Brazilian Interbank Network Structure and Systemic Risk. Central Bank of Brazil Working Papers, No.219, 2010.

25.Gabrieli, S., The Microstructure of the Money Market before and after the Financial Crisis: A Network Perspective. *Ssrn Electronic Journal*, Vol.9, No.181, 2011, pp.1-40.

26.Garas, A., Argyrakis, P., Rozenblat, C., Tomassini, M., & Havlin, S., Worldwide Spreading of Economic Crisis. *New Journal of Physics*, Vol.12, No.11, 2010, pp.30 – 43.

27..Haldane, A. G., Rethinking the Financial Network. Financial Student Association Working Paper, No.53, 2009.

28.Hüser, A. C., Too Interconnected to Fail: A Survey of the Interbank Networks Literature. SAFE Working Paper, No.91, 2015.

29.Inaoka, H., Ninomiya, T., Taniguchi, K., Shimizu, T., & Takayasu, H., Fractal Network Derived from Banking Transaction—An Analysis of Network Structures Formed by Financial Institutions. Bank of Japan Working Papers, No.04-E-04, 2004.

30.Kim, H. J., Lee, Y., Kahng, B., & Kim, I. M., Weighted Scale-Free Network in Financial Correlations. *Journal of the Physical Society of Japan*, Vol.71, No.9, 2002, pp.2133-2136.

31.May, R. M., Levin, S. A., & Sugihara, G., Complex Systems: Ecology for Bankers. *Nature*, Vol.451, No.7181, 2008, pp.893.

32.Müller, J., Interbank Credit Lines as a Channel of Contagion. *Journal of Financial Services Research*, Vol.29, No.1, 2006, pp.37-60.

- 33.Soramaki, K., Morten, L. B., Arnold, J., Robert, J. G., & Walter E. B., The Topology of Interbank Payment Flows. *Physica A Statistical Mechanics and Its Applications*, Vol.379, No.1, 2007, pp.316-333.
- 34.Upper, C., Simulation Methods to Assess the Danger of Contagion in Interbank Markets. *Journal of Financial Stability*, Vol.7, No.3, 2011, pp.111-125.
- 35.Upper, C., & Worms, A., Estimating Bilateral Exposures in the German Interbank Market: Is There a Danger of Contagion? *European Economic Review*, Vol.48, No.4, 2004, pp.827-849.
- 36.Vivier-Lirimonty, S., Contagion in interbank debt networks. *Giornale Italiano Di Cardiologia*, 2012, pp.36-40.
- 37.Watts, D. J., & Strogatz, S. H., Collective Dynamics of “Small-World” Networks. *Nature*, Vol.393, No.6684, 1998, pp.440-442.

Contagion and Bailout Strategy in Complex Financial Network

— SIRS Model on the Chinese Scale-free Financial Network

HU Zhihao, LI Xiaohua (Institution of Finance & Banking, CASS, 100028/
National Institution for Finance & Development, 100020)

Abstract: In this paper, we adopted the transmission dynamic model-SIRS to the study of the scale-free financial network, and explored the role of the model parameters-infection rate, cure rate, immune failure rate and network tightness on contagion. We proved that: in the scale-free financial network, infectious risk always exists; contagion process presents “overshoot” phenomenon, which means the infected ratio would extend the equilibrium value in short term; during crisis, enhancing the institutions’ recover capability performs better than both lowering the infection rate and enhancing their immune capability; reducing the network tightness will limit the contagion effect, while it would extend the duration of crisis. Based on the public data of China's large payment system, we approximately constructed the Chinese scale-free financial network, and simulated the contagion process and bailout strategy. The results showed that: multiple and moderate bailout strategy is better, comparing with once-shot bailout strategy, which can drastically reduce the “overshoot” phenomenon; the right time to bail out begins with the break over of the contagion acceleration, extending from the institutions with large degree to the ones with small degree. This idea has a practical guiding significance for the systemic risk control.

Keywords: Complex Network, Risk Contagion, Scale-free Network, SIRS Model, Bailout Strategy
JEL : D85, H12